

HET 6-TALLIG STELSEL

Voordat we naar de Mesopotamische wiskunde zullen kijken, die rekenden in het 60-tallig getallenstelsel, leren we eerst rekenen in het 6-tallig stelsel.¹

In ons 10-tallig stelsel hebben we 10 cijfers tot onze beschikking, nl. 0,1,2,3,4,5,6,7,8 en 9. Het 'gewicht' van het cijfer is afhankelijk van de positie in een getal.

Bijvoorbeeld:

In het getal 2858 heeft de eerste 8 een 'gewicht' $8 \cdot 100 = 800$. De laatste 8 heeft een 'gewicht' van $8 \cdot 1 = 8$.

$$2858 = 2 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1$$

$$674,349 = 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} + 9 \cdot \frac{1}{1000}$$

In het 6-tallig stelsel hebben we 6 cijfers tot onze beschikking, nl. 0,1,2,3,4 en 5.

Ook hier is het 'gewicht' van het cijfer afhankelijk van de positie in een getal.

Hoe deze 'gewichten' verdeeld zijn zullen we hieronder zien.

We gaan eerst even simpelweg tellen.

0	10	20	30	40	50	100	110	120
1	11	21	31	41	51	101	111	121
2	12	22	32	42	52	102	112	122
3	13	23	33	43	53	103	113	123
4	14	24	34	44	54	104	114	124
5	15	25	35	45	55	105	115	125

Hieronder zetten we naast de 6-tallige getallen, ons 10-tallige getal.

5_z betekent dan het cijfer 5 in het 6-tallige stelsel.

5_t betekent dan het cijfer 5 in het 10-tallige stelsel.

0	$10_z = 6_t$	$20_z = 12_t$	$30_z = 18_t$	$40_z = 24_t$	$50_z = 30_t$	$100_z = 36_t$	$110_z = 42_t$
1	$11_z = 7_t$	$21_z = 13_t$	$31_z = 19_t$	$41_z = 25_t$	$51_z = 31_t$	$101_z = 37_t$	$111_z = 43_t$
2	$12_z = 8_t$	$22_z = 14_t$	$32_z = 20_t$	$42_z = 25_t$	$52_z = 32_t$	$102_z = 38_t$	$112_z = 44_t$
3	$13_z = 9_t$	$23_z = 15_t$	$33_z = 21_t$	$43_z = 26_t$	$53_z = 33_t$	$103_z = 39_t$	$113_z = 45_t$
4	$14_z = 10_t$	$24_z = 16_t$	$34_z = 22_t$	$44_z = 27_t$	$54_z = 34_t$	$104_z = 40_t$	$114_z = 46_t$
5	$15_z = 11_t$	$25_z = 17_t$	$35_z = 23_t$	$45_z = 28_t$	$55_z = 35_t$	$105_z = 41_t$	$115_z = 47_t$

Waarschijnlijk zie je nu al hoe de 'gewichten' verdeeld worden.

I.p.v. vermenigvuldigen met een macht van 10, vermenigvuldig je hier met een macht van 6.

Bijvoorbeeld :

$$15_z = 1 \cdot 6 + 5 \cdot 1 = 11_t$$

$$40_z = 4 \cdot 6 + 0 \cdot 1 = 24_t$$

$$100_z = 1 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6 + 0 \cdot 1 = 36_t$$

$$105_z = 1 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6 + 5 \cdot 1 = 41_t$$

$$114_z = 1 \cdot 6^2 + 1 \cdot 6 + 4 \cdot 1 = 46_t$$

$$2351,4_z = 2 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{6} = 571 \frac{1}{6}_t$$

$$2351,41_z = 2 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{36} = 571 \frac{7}{36}_t$$

¹ Zoals je misschien wel weet, rekent een computer binair (2-tallig)

In de informatika wordt gebruik gemaakt van 2-tallige, 8-tallige, 16-tallige getallenstelsels.

Opdracht 4

Reken de volgende 6-tallige getallen om naar decimale (10-tallige).

- a) 234_z
- b) 5543_z
- c) 11254_z
- d) $224,32_z$

Je kunt ook decimale getallen omrekenen naar 6-tallige.

Je zoekt dan telkens de hoogste macht van 6 op en trekt dit een aantal keervan het decimale getal af.

Bijvoorbeeld:

We nemen het decimale getal 754_t

$$6^1 = 6_t, 6^2 = 36_t, 6^3 = 216_t, 6^4 = 1296_t$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 * 216 = 648_t, 4 * 216 = 864_t \\ 754_t - 3 * 6^3 = 754_t - 648_t = 106_t \\ \\ 2 * 36 = 72_t, 3 * 36 = 108_t \\ 106_t - 2 * 6^2 = 106_t - 72_t = 34_t \\ \\ 34_t - 5 * 6 = 34_t - 30_t = 4_t \\ 4_t * 1 = 4_t \end{array} \right\} : 754_t = 3 * 6^3 + 2 * 6^2 + 5 * 6 + 4 * 1 = 3254_z$$

Opdracht 5

Reken de volgende decimale getallen om naar 6-tallige.

- a) 649_t
- b) 259_t
- c) 202209_t
- d) 202206_t

OPTELLEN EN AFTREKKEN

Optellen en aftrekken in het 6-tallig stelsel gebeurt op dezelfde manier als in het decimale stelsel.

$\begin{array}{r} 491_t \\ 763_t \\ \hline 1254_t \end{array}$	←	$9 + 6 = 15_t = 10 + 5$ 5 opschrijven, 1 onthouden $4 + 7 + 1 = 12_t$
--	---	--

$\begin{array}{r} 343_z \\ 431_z \\ \hline 1214_z \end{array}$	←	$4 + 3 = 7_t = 6_t + 1 = 10_z + 1_z$ 1 opschrijven, 1 onthouden $3 + 4 + 1 = 8_t = 6_t + 2 = 10_z + 2_z$ 12 opschrijven
--	---	--

Opdracht 6

Reken de 6-tallige getallen om naar decimale en kijk of de berekening klopt.

$\begin{array}{r} 729_t \\ 147_t \\ \hline 682_t \end{array}$	←	$2 - 4$ Je moet lenen van 7 $12 - 4 = 8$ $6 - 1 = 5$ Je hebt van 7 geleend, dus daar heb je er één minder
---	---	---

$\begin{array}{r} 7029_t \\ 147_t \\ \hline 6882_t \end{array}$	←	$2 - 4$ Van 0 kun je er geen lenen, dus je moet lenen van de 7 van 7000 $7000 = 6000 + 1000 = 6000 + 10 * 100 = 6000 + 9 * 100 + 100 = \mathbf{6000 + 9 * 100 + 10 * 10}$ $12 - 4 = 8$ $9 - 1 = 8$
---	---	---

$\begin{array}{r} 3245_z \\ 134_z \\ \hline 3111_z \end{array}$	←	Deze is gemakkelijk
---	---	---------------------

$\begin{array}{r} 3245_z \\ 454_z \\ \hline 2351_z \end{array}$	←	$4 - 5$ Je moet lenen van de buurman/vrouw, dus van 2 $14_z - 5_z = 10_t - 5_t = 5_t = 5_z$ <hr/> $1 - 4$ Je moet lenen van 3 $11_z - 4_z = 7_t - 4_t = 3_t = 3_z$
---	---	---

$\begin{array}{r} 3403_z \\ 354_z \\ \hline 3005_z \end{array}$	←	$3 - 4$ Je kunt niet lenen van 0, je moet lenen van 4 $4 * 6^2 = 3 * 6^2 + 6^2 = 3 * 6^2 + 6 * 6 = 3 * 6^2 + 5 * 6 + 6$ $9 - 4 = 5$ $6_t = 10_z; 10_z + 3_z = 13_z = 6_t + 3_t = 9_t$ <hr/> $5 - 5 = 0$ $3 - 3 = 0$
---	---	---

Opdracht 7

Reken de 6-tallige getallen om naar decimaal en kijk of de berekening klopt.

Opdracht 8

Bereken de volgende sommen.

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) $12132_z + 311_z$ | e) $34321_z - 2311_z$ |
| b) $1214_z + 13_z$ | f) $3214_z - 33_z$ |
| c) $2124_z + 214_z$ | g) $24431_z - 4123_z$ |
| d) $2134_z + 214_z$ | h) $24401_z - 4123_z$ |

VERMENIGVULDIGEN

We kijken nu alleen nog even naar eenvoudige vermenigvuldigingen. Delen laten we buiten beschouwing.

$\begin{array}{r} 127_t \\ 5_t \quad * \\ \hline 635_t \end{array}$	$5 * 7 = 35$ 5 opschrijven, 3 onthouden $5 * 2 + 3 = 13$ 3 opschrijven, 1 onthouden $5 * 1 + 1 = 6$
---	---

$\begin{array}{r} 112_z \\ 2_z \quad * \\ \hline 224_z \end{array}$	Deze is gemakkelijk
---	---------------------

$\begin{array}{r} 142_z \\ 2_z \quad * \\ \hline 324_z \end{array}$	$2 * 4 = 8_t = 6_t + 2 = 12_z$ 2 opschrijven, 1 onthouden $2 * 1 + 1 = 3$
---	--

$\begin{array}{r} 432_z \\ 4_z \quad * \\ \hline 3012_z \end{array}$	$4 * 2 = 8_t = 6 + 2 = 12_z$ 2 opschrijven, 1 onthouden $4 * 3 + 1 = 13_t = 2 * 6 + 1 = 21_z$ 1 opschrijven, 2 onthouden $4 * 4 + 2 = 18_t = 3 * 6 + 0 = 30_z$
--	--

$\begin{array}{r} 243_z \\ 4_z \quad * \\ \hline 1500_z \end{array}$	$4 * 3 = 12_t = 2 * 6 = 20_z$ 0 opschrijven, 2 onthouden $4 * 4 + 2 = 18_t = 3 * 6 = 30_z$ 0 opschrijven, 3 onthouden $4 * 2 + 3 = 11_t = 6 + 5 = 15_z$
--	---

Opdracht 9

Bereken de volgende sommen.

Controleer jezelf door de getallen om te rekenen naar decimaal.

- a) $322_z * 2_z$
b) $1221_z * 3_z$
c) $4013_z * 3_z$
d) $32003_z * 4_z$
e) $4424_z * 4_z$
f) $3112_z * 12_z$